

Effectuer le HANNING revient donc à pondérer chaque échantillon g_{1k} et g_{2k} par $\frac{1}{2} (1 + \cos 2\pi \frac{k}{N})$ avant d'en calculer la D.F.T.

Le cross-spectre devient :

$$W_j^{\text{Han}} = \overline{G_{1j}^{\text{Han}}} \cdot G_{2j}^{\text{Han}} = r_1 r_2 e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)} \left| \mathcal{F}[\Delta u/N] \left(\frac{j}{T} - f \right) \right|^2 \quad (\text{IV-5 ; 13})$$

Voir exemple numérique (Figure 5 en annexe).

IV-5-4 - Hamming

Dans ce procédé la pondération se fait avec les coefficients

$$(0,23 \mid 0,54 \mid 0,23)$$

ce qui revient à pondérer les échantillons de départ par $0,54 + 0,46 \cos 2\pi \frac{k}{N}$, valeur en $k \frac{T}{N}$ de la fonction

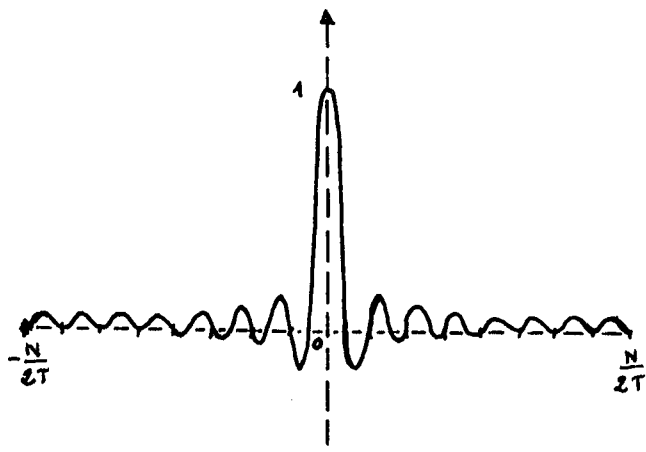
$$v(u) = 0,54 + 0,46 \cos 2\pi \frac{u}{T} \quad (\text{IV-5 ; 14})$$

Les coefficients sont des approximations de ceux qui annuleraient $|\mathcal{F}[\Delta u/N]|^2(\lambda)$ pour $|\lambda| = \frac{2,5}{T}$ ainsi que pour $|\lambda| = \frac{p}{T}$ $p = 2,3,\dots$

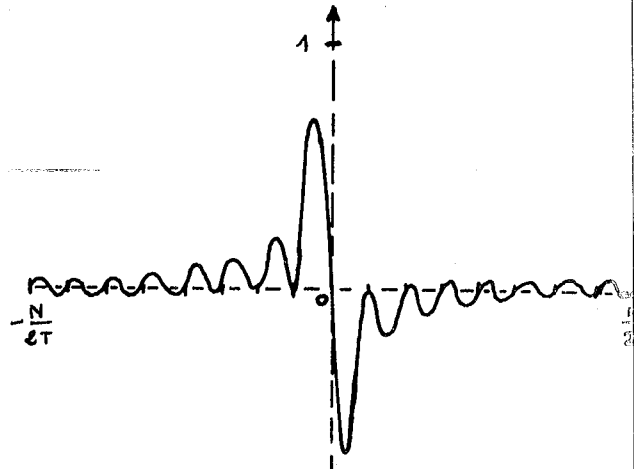
Voir exemple numérique (Figure 6 en annexe).

IV-5-5 - Distribution optimum

Pour améliorer le "pouvoir séparateur" du cross-spectre, on va remplacer Δ par une distribution ∇ dont la transformée de Fourier aura ses plus grandes valeurs concentrées au maximum autour de l'origine.

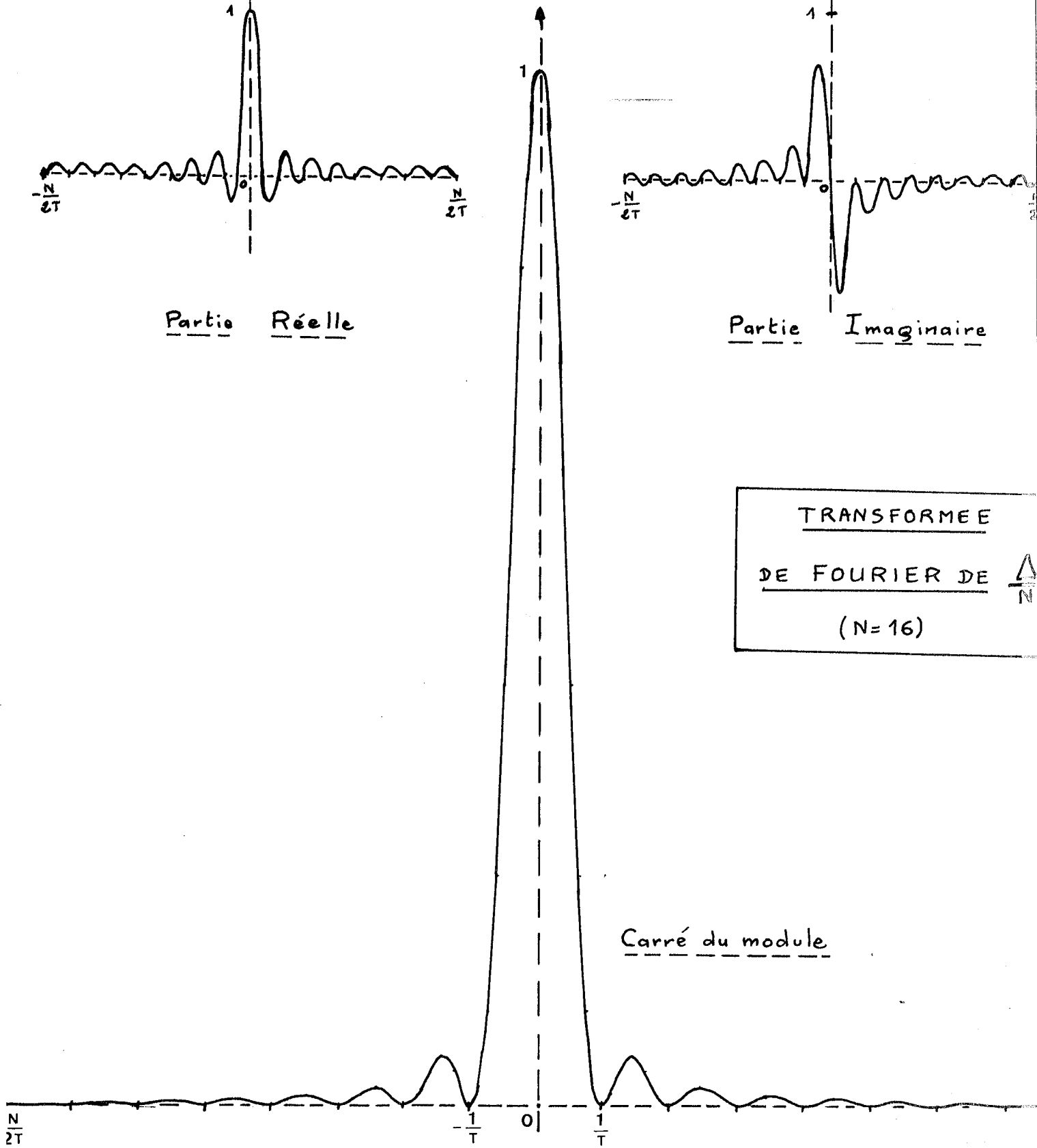


Partie Réelle



Partie Imaginaire

TRANSFORMÉE
DE FOURIER DE $\frac{\Delta}{N}$
 (N=16)



Carré du module

Figure 1

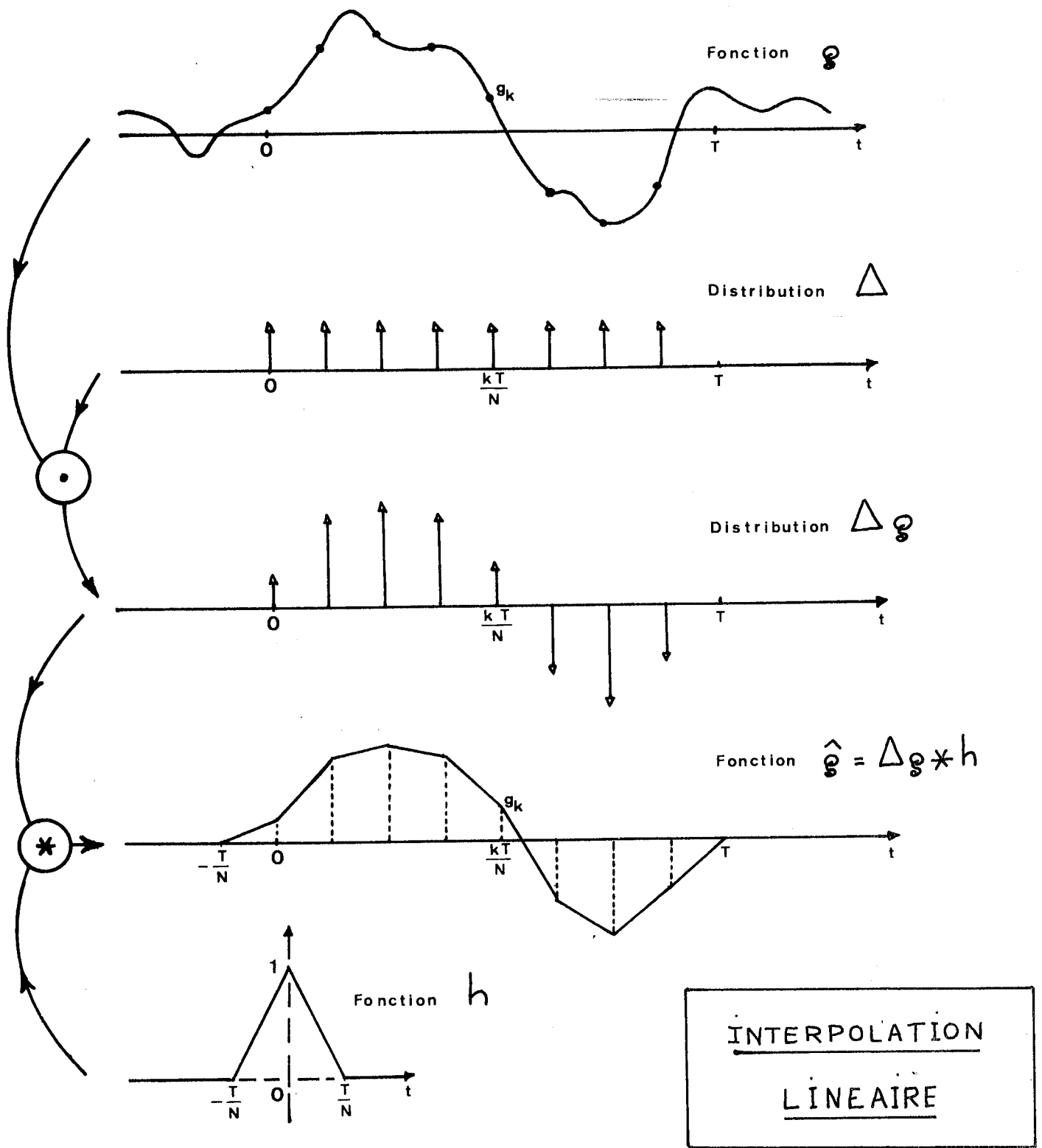


Figure 2

EXEMPLE NUMERIQUE DE TRANSFORMEE INVERSE DE FOURIER

$$g(t) = \begin{cases} t e^{-(1+i)t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}[g](f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{2i\pi f t} dt \\ &= \frac{4\pi f(1-4\pi f)}{[2-4\pi f(1-4\pi f)]^2} + i \frac{4\pi f-2}{[2-4\pi f(1-4\pi f)]^2} \end{aligned}$$

Connaissant g en $N = 64$ abscisses discrètes entre 0 et $T = 16\pi$ nous en avons calculé l'I.D.F.T. avec les paramètres suivants pour la procédure CTG :

$$\underline{M = 4} \quad \underline{D = 4} \quad \underline{\text{SIGNE} = +1.0}$$

L'interpolation trigonométrique de g (II-3 ; 3) nous a fourni les valeurs représentées par des points (.) sur les figures 3 et 3' pour $\bar{\mathcal{F}}[\tilde{g}](\frac{j}{T})$.

L'interpolation linéaire de g (II-3 ; 8) nous a fourni les valeurs représentées par des croix (x) sur les figures 3 et 3' pour $\bar{\mathcal{F}}[\hat{g}](\frac{j}{T})$.

TRANSFORMÉE INVERSE
DE FOURIER DE

$$g(t) = \begin{cases} t e^{-(1+i)t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Partie Réelle

- Valeur Exacte
- Interpolation Trigonométrique
- X Interpolation Linéaire

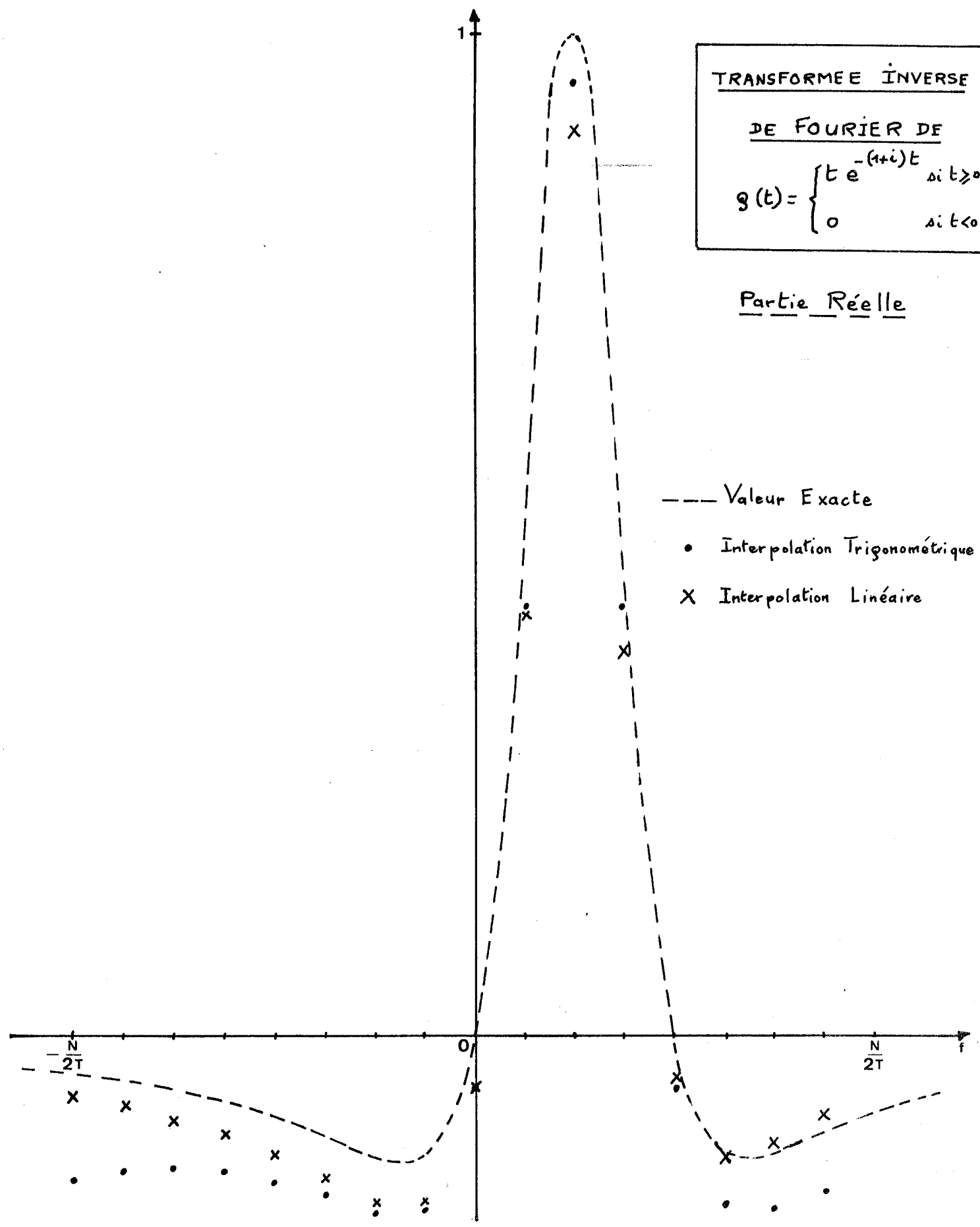


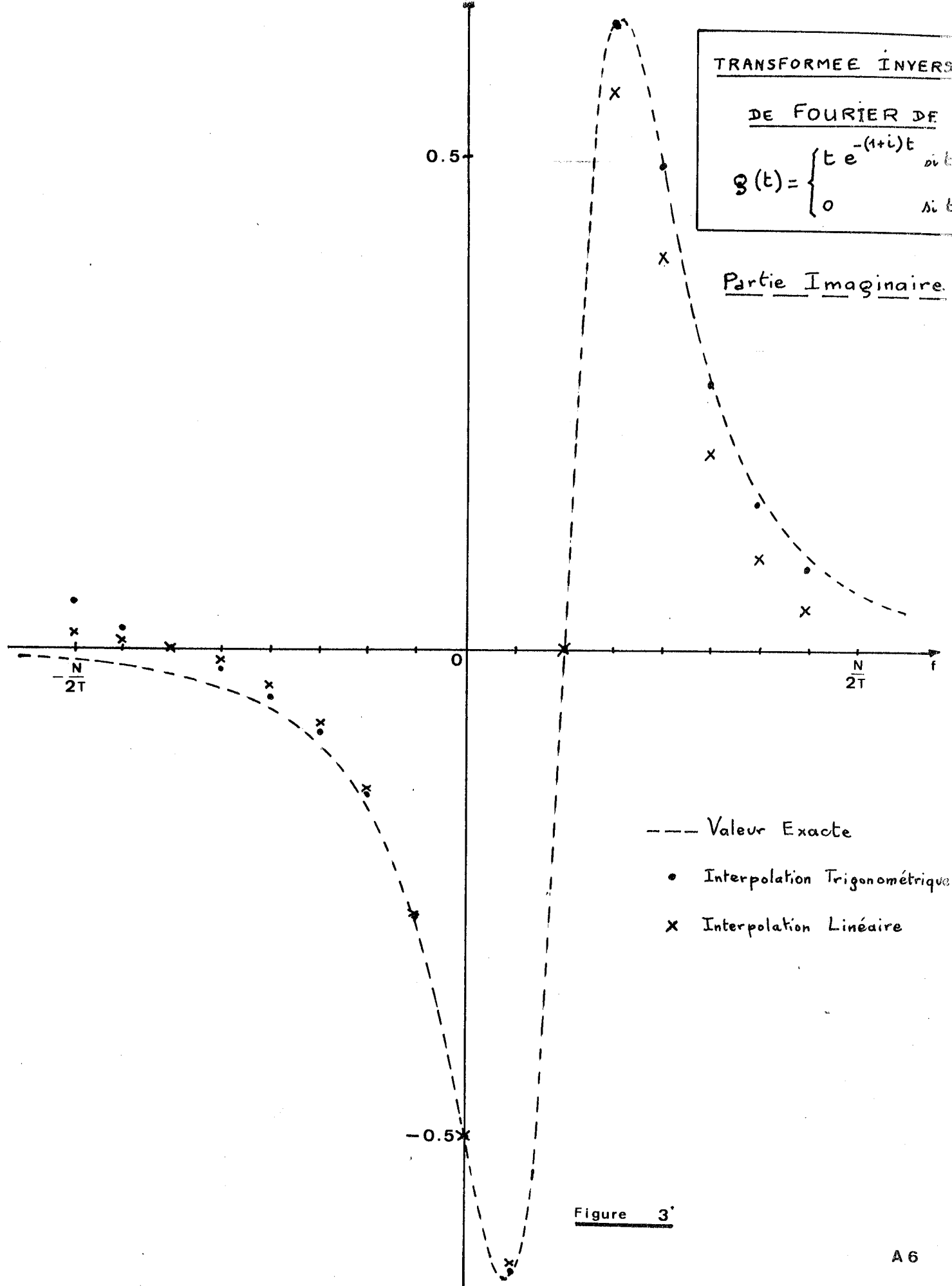
Figure 3

TRANSFORMEE INVERSE

DE FOURIER DE

$$g(t) = \begin{cases} t e^{-(1+i)t} & \text{si } t > 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Partie Imaginaire.



- Valeur Exacte
- Interpolation Trigonometrique
- x Interpolation Lineaire

Figure 3'

EXEMPLE NUMERIQUE DE SPECTRE DE PUISSANCE D'UNE FONCTION A SUPPORT BORNE

$$g(t) = \begin{cases} \alpha t(T-t) & \text{pour } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Fonction d'Auto-correlation

$$R(u) = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) \cdot g(t+u) dt = R(-u)$$

$$R(u) = \begin{cases} \frac{\alpha^2}{6} \left[-\frac{|u|^5}{5T} + T|u|^3 - T^2 u^2 + \frac{T^4}{5} \right] & \text{pour } |u| < T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Spectre de puissance

$$P_g(f) = 2 \int_0^T R(u) \cos 2\pi f t dt$$

$$P_g(0) = \frac{\alpha^2 T^5}{36}$$

$$P_g(f) = \frac{2\alpha^2}{6} \left\{ \sin 2\pi f T \left[-\frac{T^4}{5\pi f} - \frac{24}{(2\pi f)^5} \right] \right. \\ \left. + \cos 2\pi f T \left[\frac{6T}{(2\pi f)^4} - \frac{24}{T(2\pi f)^6} \right] \right. \\ \left. + \left[\frac{6T}{(2\pi f)^4} + \frac{24}{T(2\pi f)^6} \right] \right\}$$

$$P_g\left(\frac{j}{T}\right) = \frac{4\alpha^2 T^5}{(2\pi j)^4}$$

Pour l'application numérique, on a pris

$$\alpha = 6 \quad T = 1$$

et on a rentré en machine le vecteur des $g_k = g(k \frac{T}{N})$ pour $k = 0, \dots, N-1$ avec

$$N = 64$$

On a utilisé l'Algorithme de Cooley et Tukey et calculé les 2 approximations :

$$\text{Interpolation trigonométrique de } g \rightarrow P_{\tilde{g}}(\frac{j}{T}) = T |G_j^-|^2$$

$$\text{Interpolation linéaire de } g \rightarrow P_{\hat{g}}(\frac{j}{T}) = T \left(\frac{\sin \pi \frac{j}{N}}{\pi \frac{j}{N}} \right)^4 |G_j^-|^2$$

(la fonction g étant nulle en 0 et en T , le support de \hat{g} est aussi $[0, T]$, d'où l'absence du coefficient $\frac{N}{N+1}$ dans $P_{\hat{g}}(\frac{j}{T})$).

Le tableau qui suit représente les résultats obtenus pour $f = \frac{j}{T}$, j allant de 0 à $\frac{N}{2}$ (le spectre est symétrique).

f	VALEURS EXACTES	PREMIÈRE APPROXIMATION		DEUXIÈME APPROXIMATION	
	$P_g(f)$	$P_g(f)$	Erreur Relative	$P_g(f)$	Erreur Relative
+0	+1.000000'+00	+9.995117'-01	+4.882216'-04	+9.995117'-01	+4.882216'-04
+1	+9.239375'-02	+9.254193'-02	+1.603757'-03	+9.239327'-02	+5.160922'-06
+2	+5.774609'-03	+5.811828'-03	+6.445348'-03	+5.774571'-03	+6.451154'-06
+3	+1.140667'-03	+1.157249'-03	+1.453748'-02	+1.140624'-03	+3.694534'-05
+4	+3.609137'-04	+3.703210'-04	+2.606519'-02	+3.609119'-04	+5.160913'-06
+5	+1.478302'-04	+1.538942'-04	+4.101993'-02	+1.478242'-04	+4.035902'-05
+6	+7.129156'-05	+7.554644'-05	+5.968297'-02	+7.128945'-05	+2.918891'-05
+7	+3.848138'-05	+4.164082'-05	+8.210378'-02	+3.847681'-05	+1.187405'-04
+8	+2.255706'-05	+2.501283'-05	+1.088690'-01	+2.255700'-05	+2.580461'-06
+9	+1.408229'-05	+1.605231'-05	+1.398943'-01	+1.408174'-05	+3.900891'-05
+10	+9.239384'-06	+1.086336'-05	+1.757667'-01	+9.239123'-06	+2.834976'-05
+11	+6.310629'-06	+7.678637'-06	+2.167785'-01	+6.310056'-06	+9.065210'-05
+12	+4.455725'-06	+5.630654'-06	+2.636896'-01	+4.455637'-06	+1.939122'-05
+13	+3.234965'-06	+4.259663'-06	+3.167570'-01	+3.234672'-06	+9.024753'-05
+14	+2.405087'-06	+3.311799'-06	+3.769972'-01	+2.404951'-06	+5.672312'-05
+15	+1.825062'-06	+2.636501'-06	+4.446089'-01	+1.824399'-06	+3.632867'-04
+16	+1.409816'-06	+2.145767'-06	+5.220184'-01	+1.409816'-06	0
+17	+1.106234'-06	+1.779742'-06	+6.088292'-01	+1.106216'-06	+1.644306'-05
+18	+8.801429'-07	+1.502373'-06	+7.069650'-01	+8.801359'-07	+7.879282'-06
+19	+7.089712'-07	+1.288772'-06	+8.178057'-01	+7.089134'-07	+8.162046'-05
+20	+5.774613'-07	+1.122360'-06	+9.436118'-01	+5.774552'-07	+1.053273'-05
+21	+4.750791'-07	+9.911071'-07	+1.086193'+00	+4.750762'-07	+6.102167'-06
+22	+3.944140'-07	+8.867274'-07	+1.248213'+00	+3.944023'-07	+2.983306'-05
+23	+3.301654'-07	+8.032737'-07	+1.432943'+00	+3.301612'-07	+1.256815'-05
+24	+2.784825'-07	+7.303117'-07	+1.644013'+00	+2.784831'-07	+2.245302'-06
+25	+2.365281'-07	+6.826455'-07	+1.886105'+00	+2.365475'-07	+8.171011'-05
+26	+2.021852'-07	+6.397131'-07	+2.163994'+00	+2.021862'-07	+5.622902'-06
+27	+1.738552'-07	+6.058779'-07	+2.484955'+00	+1.738574'-07	+1.275137'-05
+28	+1.503179'-07	+5.797412'-07	+2.256766'+00	+1.503204'-07	+1.663878'-05
+29	+1.306324'-07	+5.603416'-07	+3.289453'+00	+1.306402'-07	+6.904933'-05
+30	+1.140664'-07	+5.469261'-07	+3.794803'+00	+1.140720'-07	+4.933523'-05
+31	+1.000451'-07	+5.392835'-07	+4.390401'+00	+1.000915'-07	+4.636328'-04
+32	+8.811354'-08	+5.364418'-07	+5.088073'+00	+8.811300'-08	+6.451153'-07

EXEMPLE NUMERIQUE DE SPECTRE DE PUISSANCE D'UNE FONCTION SEMI-PERIODIQUE

On a considéré le signal réel

$$g(t) = e^{2i\pi f_0 t}$$

sur un intervalle de temps $[0, T]$ qui n'est pas un multiple de sa période :

$$\underline{f_0 = 2,75} \qquad \underline{T = 1}$$

A partir des valeurs de g aux abscisses discrètes $k \frac{T}{N}$, avec $N = 16$, on a obtenu pour la première approximation du spectre de puissance (formules V-4 ; 2) les valeurs représentées sur la figure 4. On voit que pour $f = 1$ et $f = 4$ et même $f = 5$ on recueille encore des valeurs non négligeables. Le spectre est très "étalé".

Le Hanning (§ IV-5-3), figure 5, et le Hamming (§ IV-5-4), figure 6, ont presque fait disparaître les raies en $f = 1$ et $f = 5$ mais il subsiste une raie importante en $f = 4$.

La figure 9 (page A16) représente le spectre obtenu à partir des mêmes données en affectant à chaque $g(k \frac{T}{N})$ un poids γ_k déterminé comme on l'a vu au § IV-5-5. Seules subsistent pratiquement les raies en $f = 2$ et $f = 3$.

SPECTRE DE PUISSANCE DE

$$g(t) = e^{2i\pi 2,75t} \quad (N=16)$$

PREMIÈRE APPROXIMATION

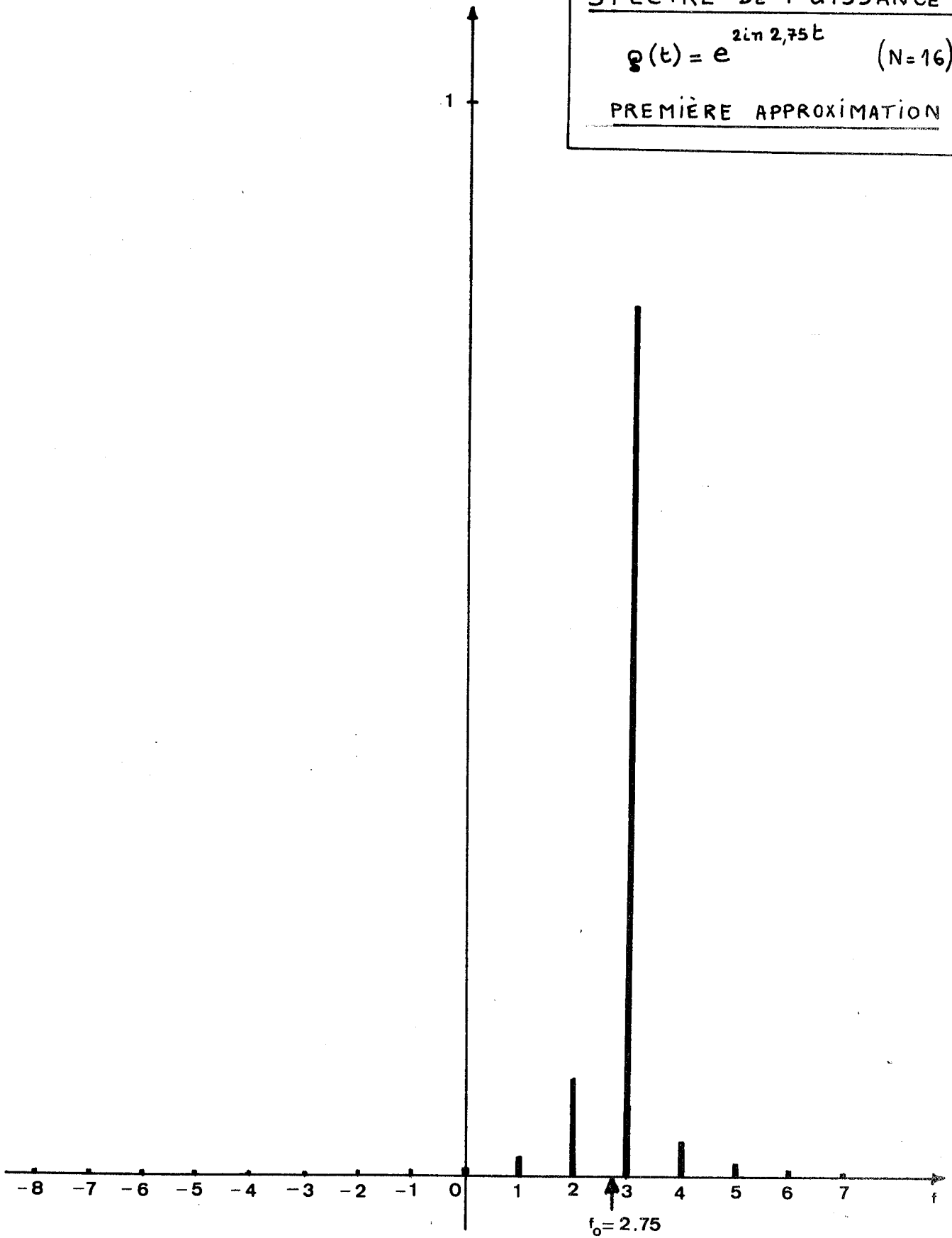


Figure 4

SPECTRE DE PUISSANCE DE

$$g(t) = e^{2i\pi 2,75t} \quad (N=16)$$

AVEC HANNING

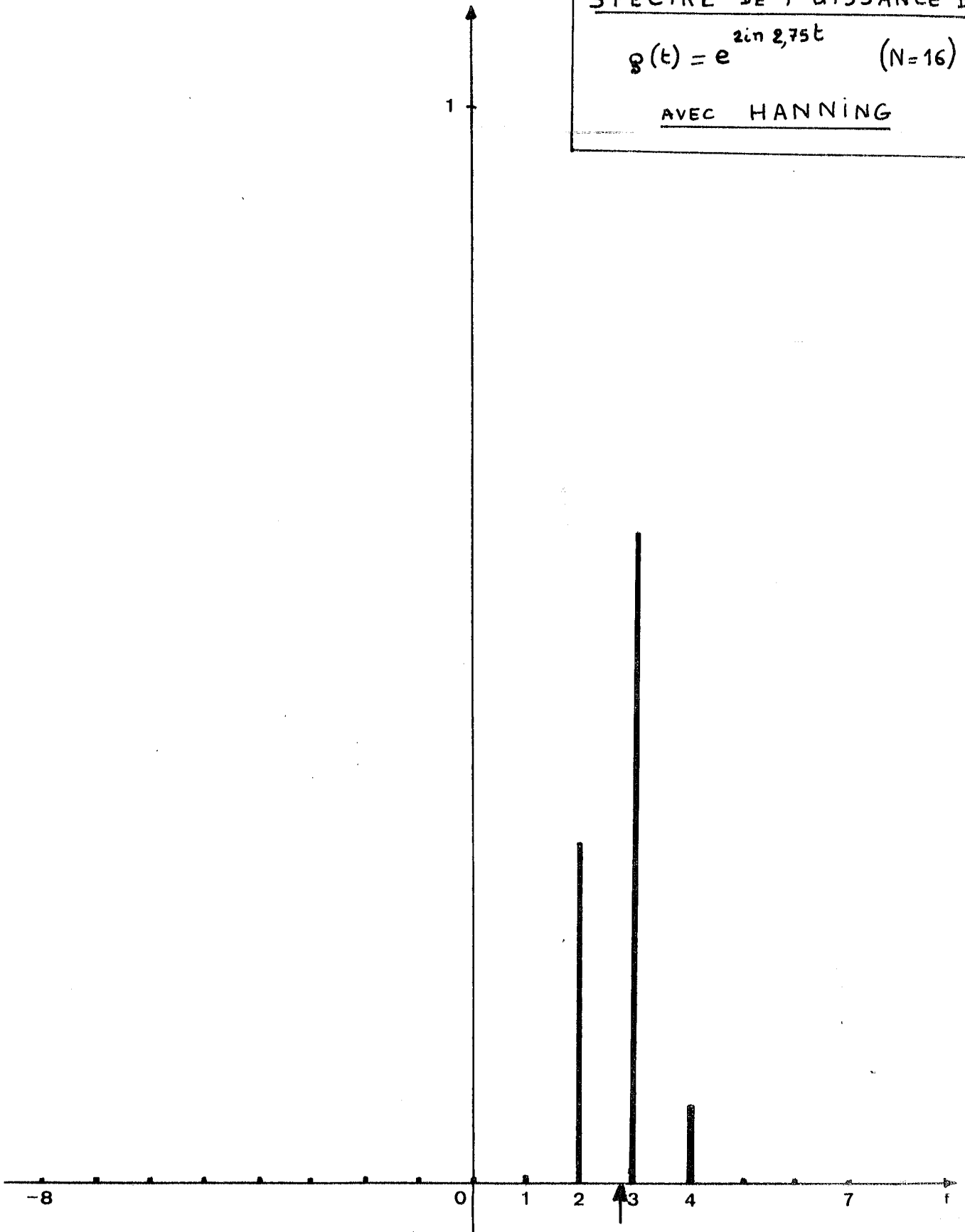


Figure 5

SPECTRE DE PUISSANCE DE

$$g(t) = e^{2in 2,75t} \quad (N=16)$$

AVEC HAMMING

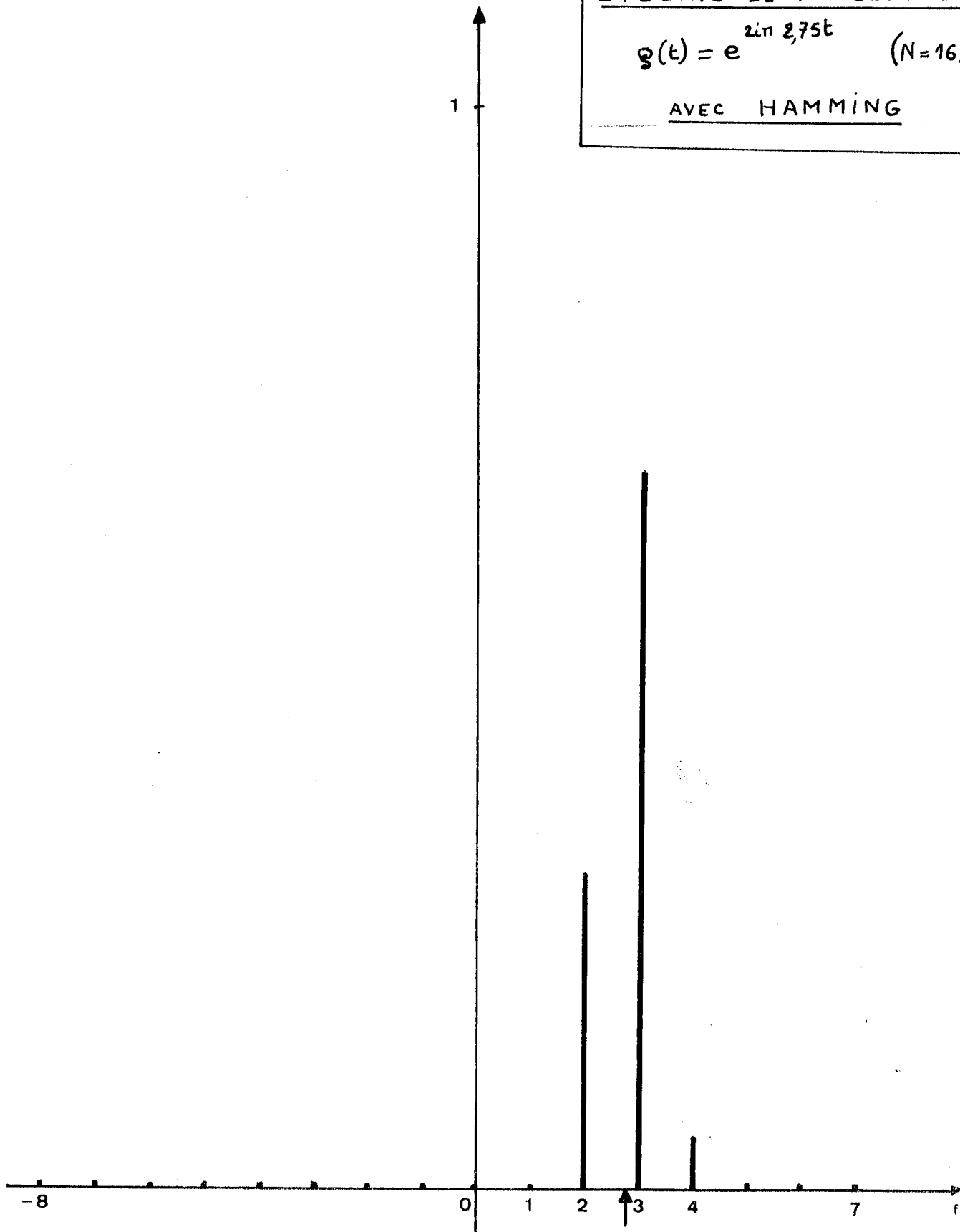


Figure 6

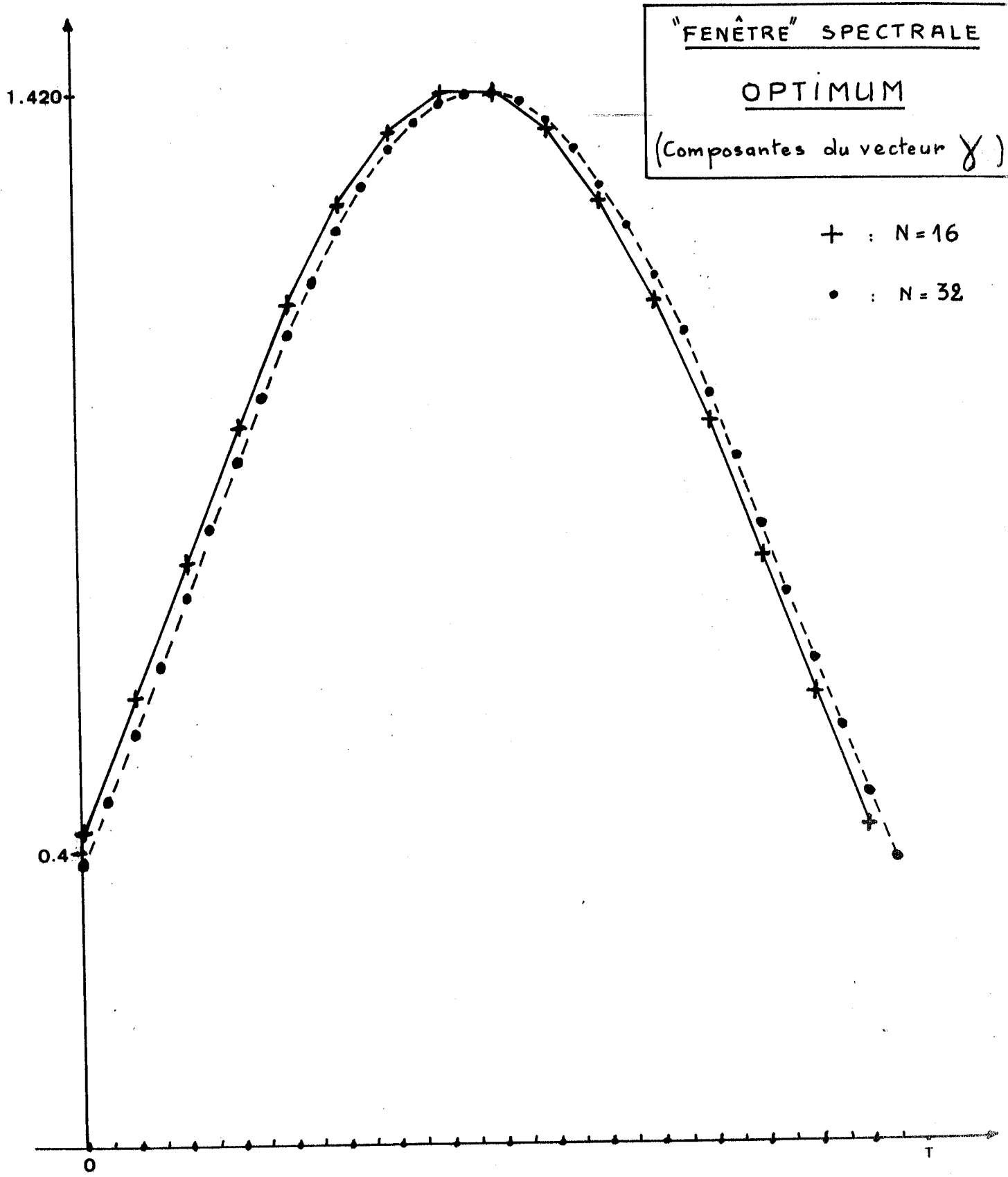


Figure 7

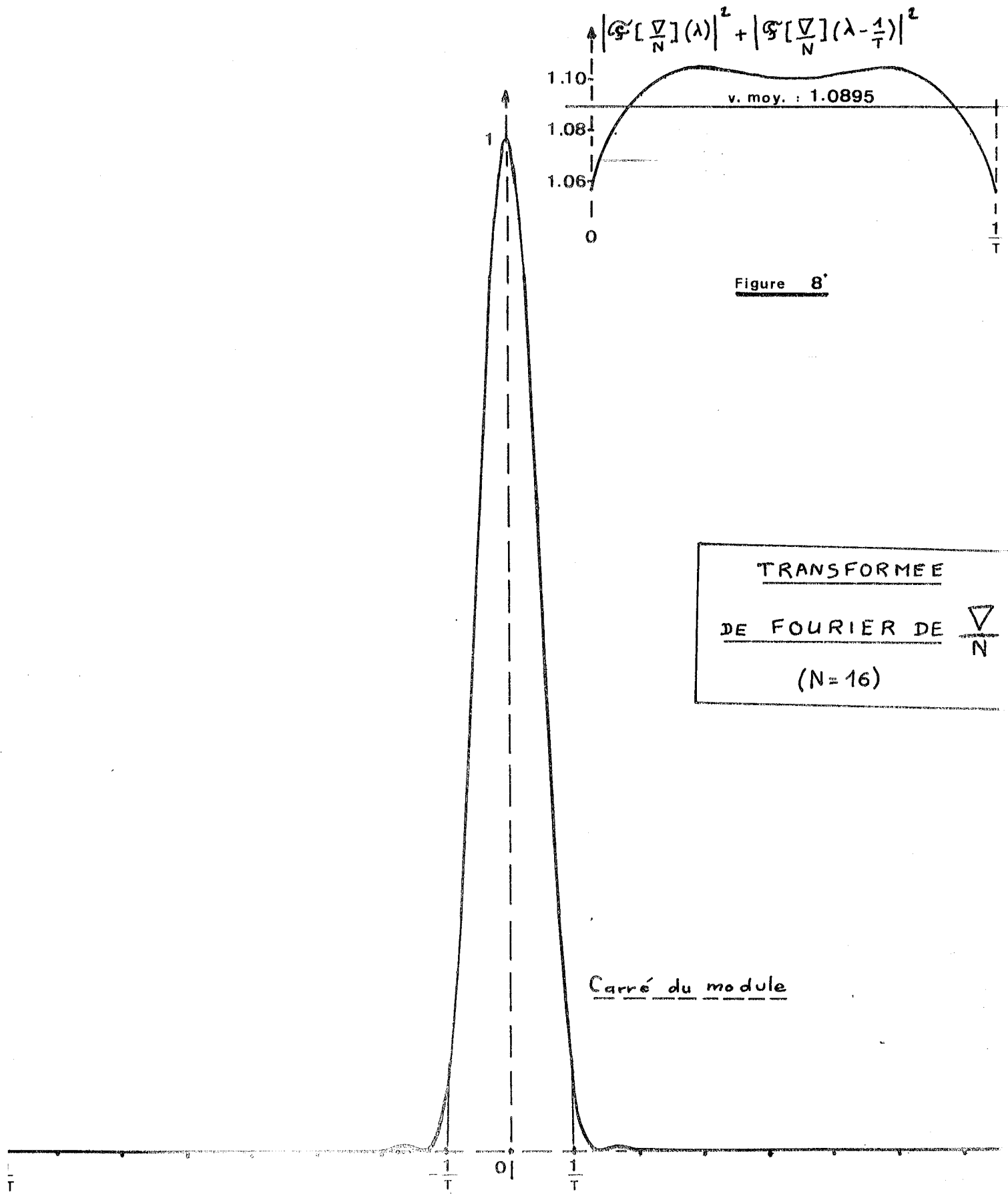


Figure 8

SPECTRE DE PUISSANCE DE

$$g(t) = e^{j \sin 2,75t} \quad (N=16)$$

AVEC FENÊTRE OPTIMUM

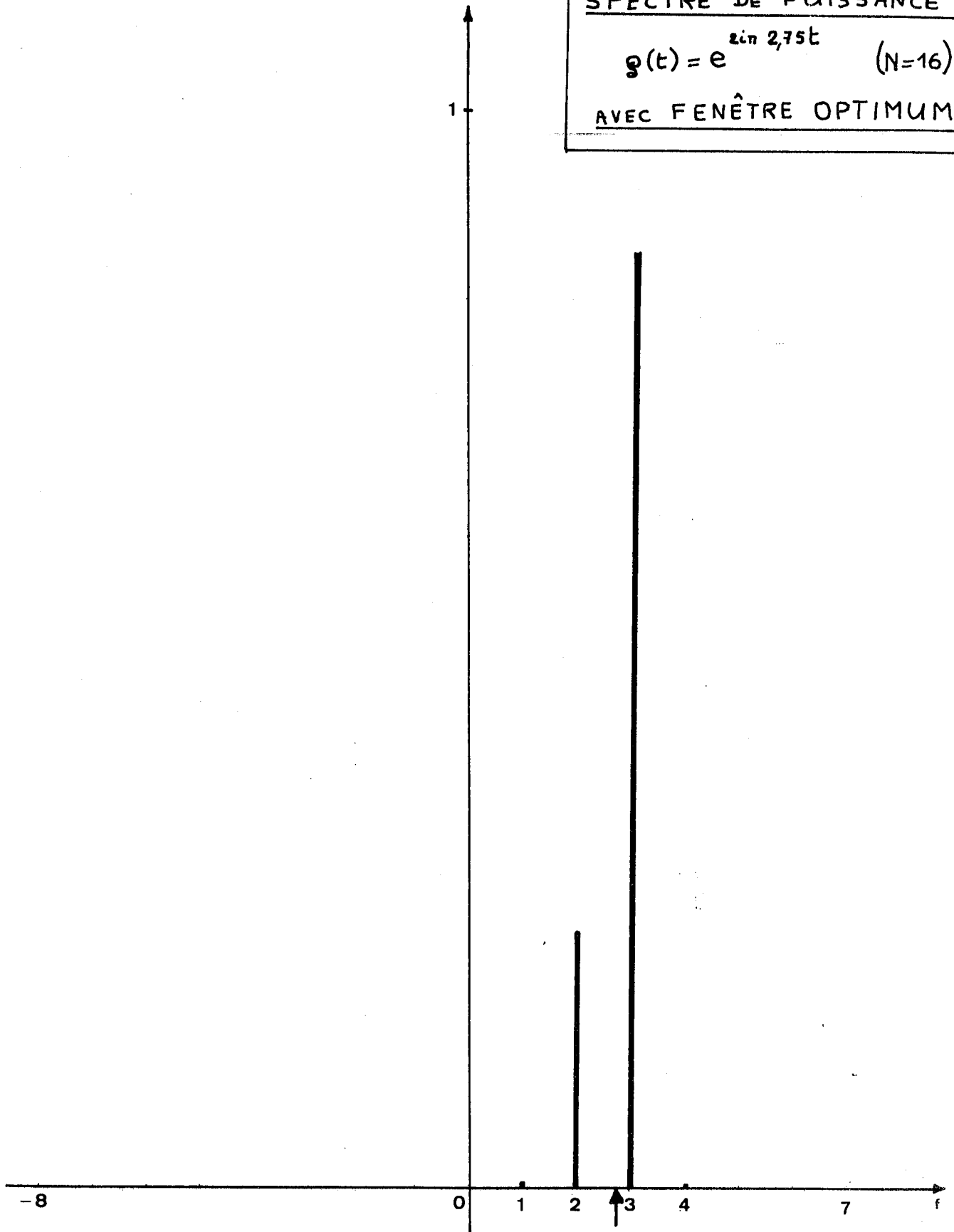


Figure 9

SPECTRE DE PUISSANCE D'ELECTROENCEPHALOGRAMME

La figure 10 représente un exemple de spectre de puissance obtenu à partir d'une piste d'Electroencéphalogramme convertie à raison de 512 valeurs à la seconde sur 4 secondes (N = 2048).

Le professeur GAUTRAY, s'intéressant à l'évolution de tels spectres au cours du cycle menstruel de la femme, nous avons enregistré plusieurs sujets deux fois par semaine durant un cycle ou plus. Pour chaque spectre obtenu on a calculé les quantités

$$R_{\theta} = \frac{\int_4^8 P(f) df}{\int_0^{32} P(f) df} \quad \text{et} \quad R_{\alpha} = \frac{\int_8^{12} P(f) df}{\int_0^{32} P(f) df}$$

correspondant respectivement à la part d'activité des rythmes Têta (4 à 8 Hz) et Alpha (8 à 12 Hz) dans l'activité totale.

La figure 11 représente les variations de R_{θ} au cours d'un cycle pour un sujet donné. Pour chaque jour d'enregistrement, on a 3 valeurs de R_{θ} ("1", "2" et "3") qui correspondent à 3 séquences prélevées à une minute d'intervalle dans les mêmes conditions, le sujet étant au repos, yeux fermés.

On fait passer un sinus de période égale à la longueur du cycle du sujet en déterminant ses coefficients par moindres carrés sur les moyennes ("5"), de chaque jour.

Ces résultats ont fait l'objet d'une communication (cf. [6]).

SPECTRE DE PUISSANCE

D' E. E. G.

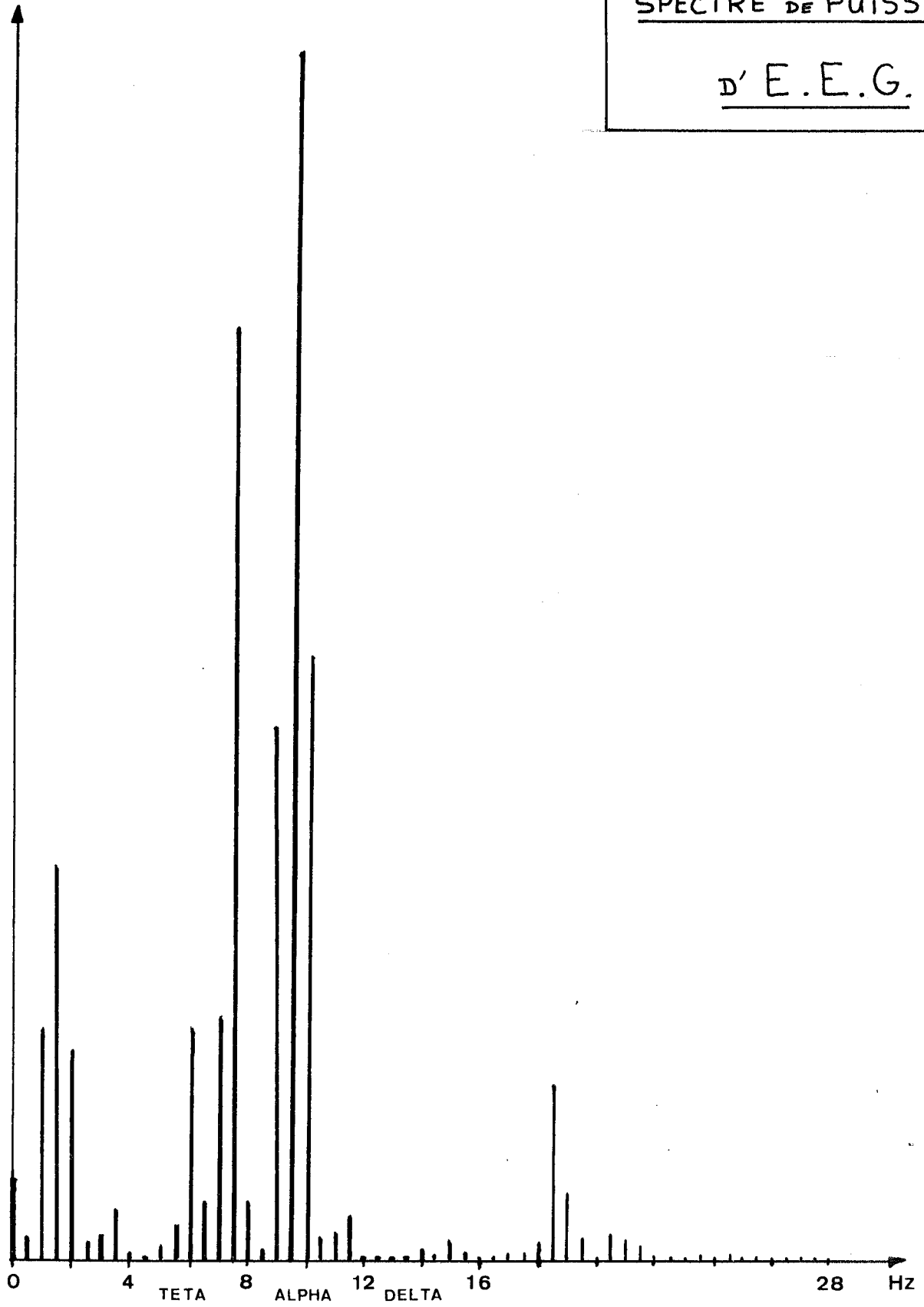
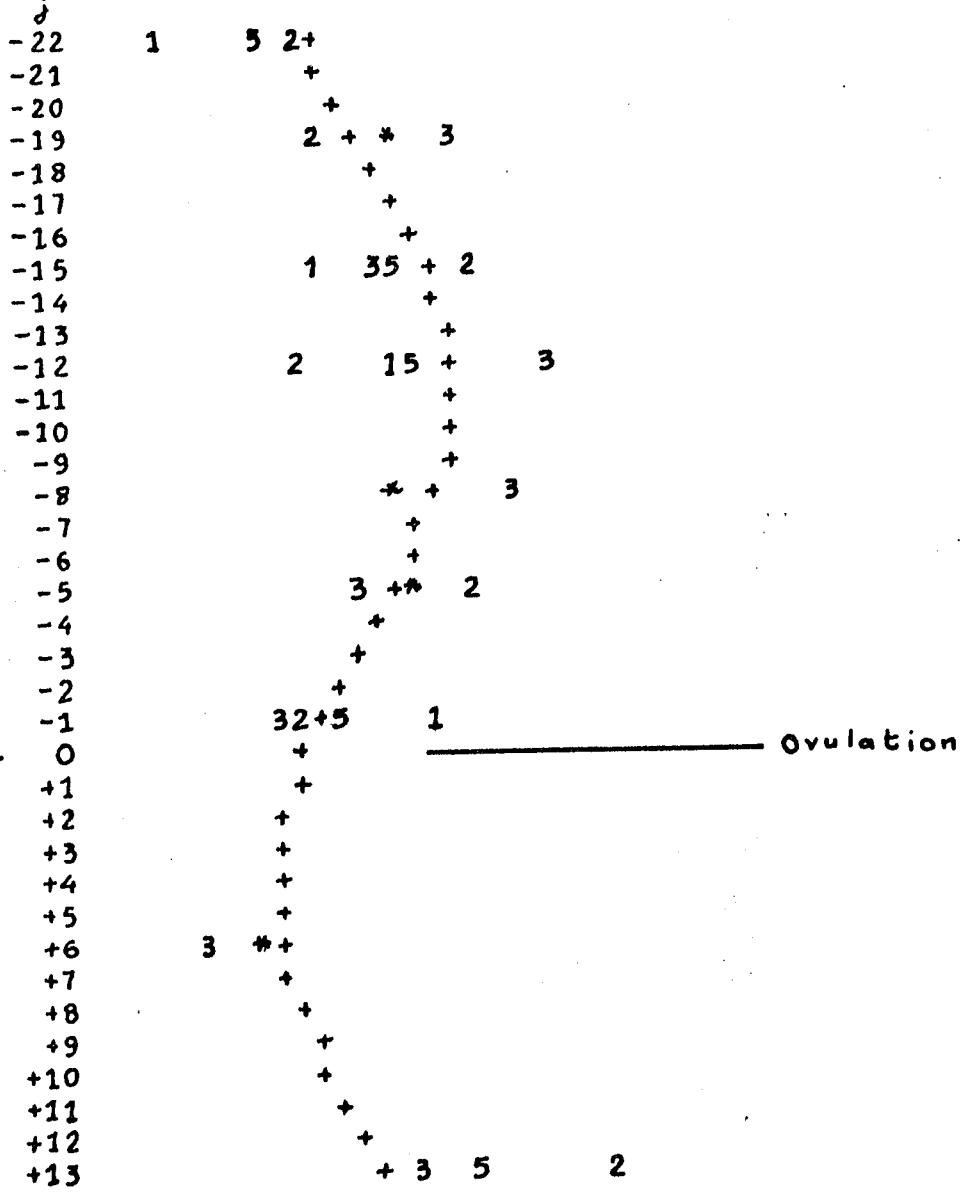


Figure 10

EVOLUTION RYTHMES TETA (4-8) P1 S2

$A0 = +1.036186' - 01$
 $A1 = -2.540742' - 02$ $C = +3.987236' - 02$
 $B1 = -3.072895' - 02$ $PHI = +1.984130' + 01$



Longueur du Cycle: $LC = 31$ jours $"5" = \frac{"1" + "2" + "3"}{3}$

"5" est la moyenne des 3 valeurs de R_{θ} calculées un même jour. La sinusoïde (+) a été déterminée aux moindres carrés sur cette moyenne, en fixant la période à LC :

$$S(j) = A0 + C * \cos\left(2\pi \frac{j - PHI}{LC}\right)$$

Figure 11

EXEMPLE NUMERIQUE DE LISSAGE

Un signal comportant de hautes fréquences nous étant donné en $N = 128$ points sur $T = 1$ seconde (points des figures 10 et 11 où on ne l'a représenté que sur une demi seconde), on lui a appliqué les deux procédés de lissage décrits au chapitre V.

1^{er} procédé (voir § V-4-1). (LANCZOS)

On a calculé la D.F.T. du vecteur \vec{g} , annulé les termes correspondant à une fréquence supérieure à $F = 20$ Hz et repris l'I.D.F.T. Le résultat est donné par les tirés de la figure 10.

Coût en $N \log_2 N$.

2^{ème} procédé (voir § V-4-2)

On a déterminé les poids α_s d'une formule à $2p+1 = 5$ points en cherchant le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre σ_0 de M pour $F \cdot T = \frac{20}{128}$.

On a obtenu : $\sigma_0 = 0,9474$

$$\alpha_{-2} = \alpha_2 = 0,1473$$

$$\alpha_{-1} = \alpha_1 = 0,2249$$

$$\alpha_0 = 0,2557$$

puis on a remplacé chaque g_k par

$$g_k^* = \sum_{s=-2}^2 \alpha_s g_{k+s}$$

Le résultat est donné par les tirés de la figure 11.

Coût en $(2p+1)N$.

Lorsque N croît, le 2^{ème} procédé est très vite beaucoup plus avantageux que le 1^{er} pour des résultats tout-à-fait comparables.

PREMIER PROCÉDÉ DE

LISSAGE

Fréquence de Coupure : 20 Hz

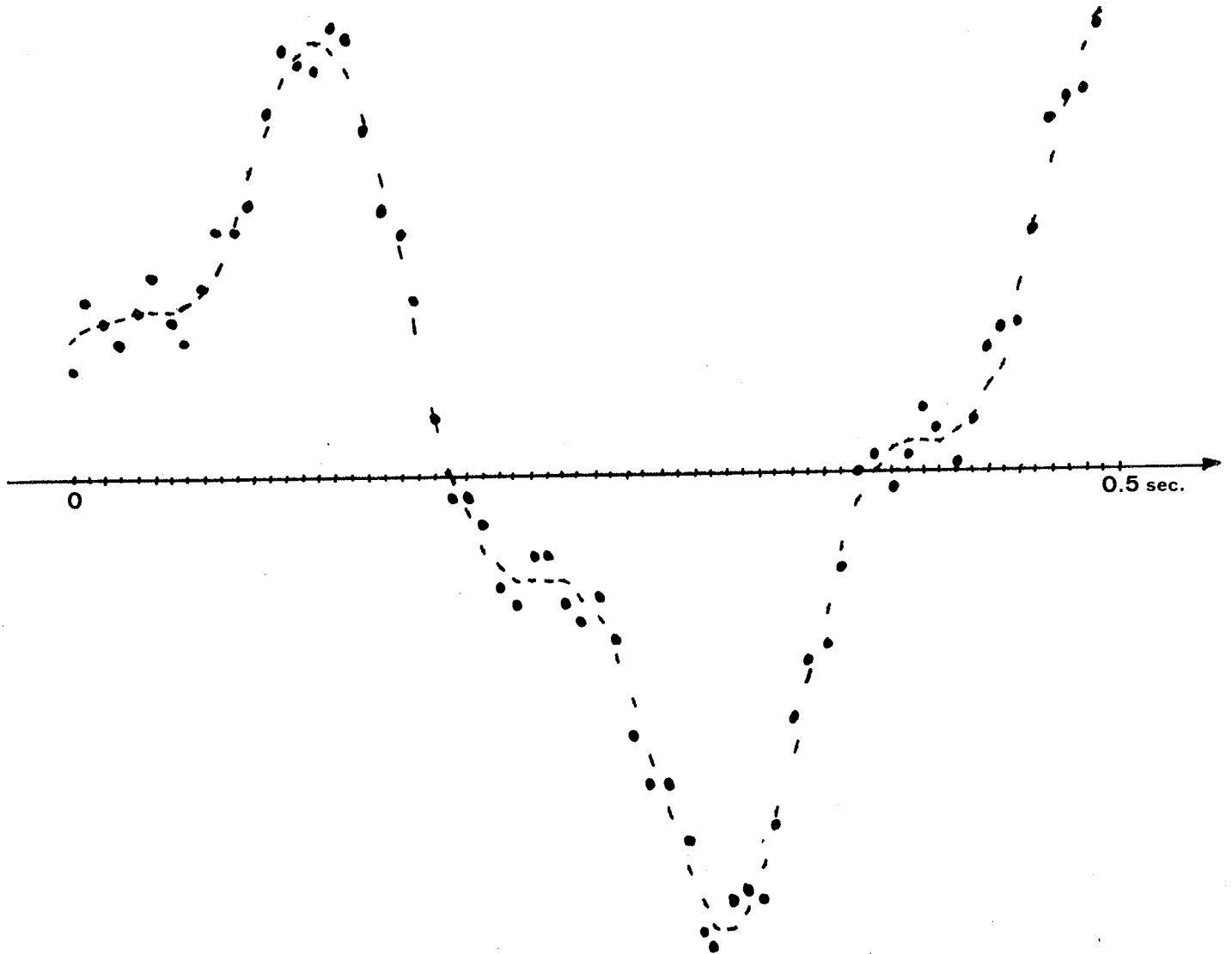


Figure 12

DEUXIEME PROCÉDÉ DE

LISSAGE

$$\frac{F.T}{N} = \frac{20}{128}$$

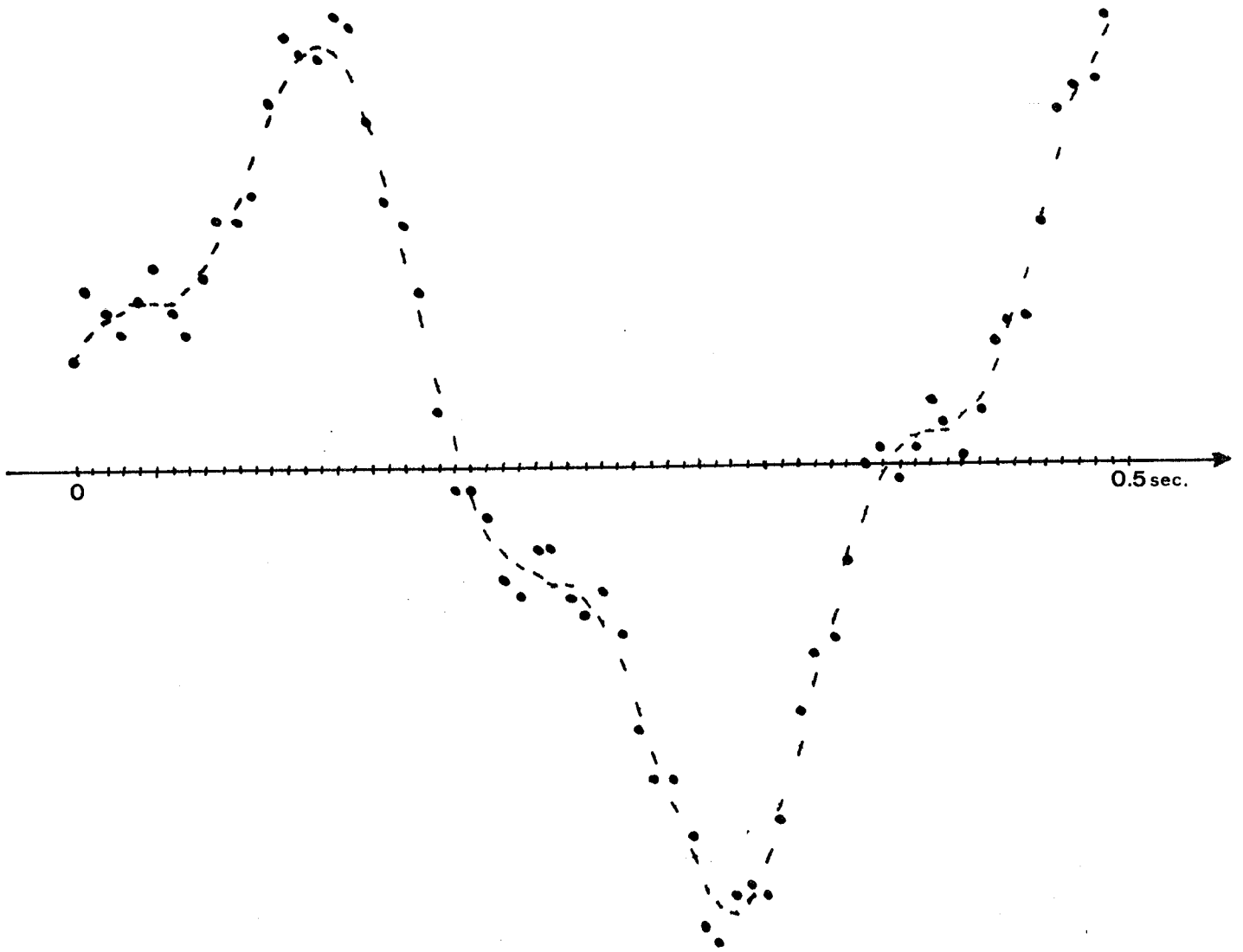


Figure 13

PROCEDURES ALGOL CTG et CTGSYM

Si P est un vecteur à N composantes complexes (partie réelle PRE[k] ,
partie imaginaire PIM[k] , k = 0, ..., N-1) ces deux procédures calculent

$$G_j^{\text{SIGNE}} = \text{COEF} \times \sum_{k=0}^{N-1} \text{EXP}(\text{SIGNE} \times 2i\pi \times j \times D \times k/N) \times P_k$$

avec

$$- \text{COEF} = \begin{cases} 1 & \text{si SIGNE} = 1 & (\text{I.D.F.T.}) \\ \frac{1}{N} & \text{si SIGNE} = -1 & (\text{D.F.T.}) \end{cases}$$

$$- P_k = \text{PRE}[k] + i \text{PIM}[k]$$

pour $j = 0, 1, 2, 3, \dots, 2^M - 1$ dans le cas de CTG.

$j = -2^M, \dots, 2^M - 1$ dans le cas de CTGSYM.

On doit avoir $D \times 2^M \leq N$.

Les résultats G_j^{SIGNE} (complexes) sont rangés dans PRE et PIM pour
 $j = 0, 1, 2, 3, \dots, 2^M - 1$ dans le cas de CTG et $j = -2^M, \dots, 2^M - 1$ dans le cas de
CTGSYM.

Les tableaux PRE et PIM devront donc être déclarés avec les bornes
[0 : N-1] dans le cas de CTG et [-2^M : N-1] dans le cas de CTGSYM.

PROCEDURE C.T.G.

```
'PROCEDURE' CTG(PRE,PIM,N,M,D,SIGNE) ;  
'VALUE' N,M ;  
'INTEGER' N,M,D ;  
'REAL' SIGNE ;  
'ARRAY' PRE,PIM ;
```

```
'BEGIN'  
'INTEGER' 'PROCEDURE' LM(P) ;  
'INTEGER' P ;  
'BEGIN'  
  'INTEGER' I,J,K,L,P2,R ;  
  R := P ;  
  L := 0 ;  
  P2 := PMM12 ;  
  'FOR' I := 0 'STEP' .1 'UNTIL' M-1 'DO'  
  'BEGIN'  
    J := R/'2 ;  
    K := R - J*2 ;  
    L := L + K*P2 ;  
    R := J ;  
    P2 := P2/'2  
  'END' I ;  
  LM := L  
'END' LM ;
```

Procédure LM
commune à la
Procédure CTGSYM

```
'INTEGER' I,J,K,L,H,P,Q,S,J1,J2,PK2,PM2,J1Q,J2Q,JK2,JPM2,PKM12,  
  PMMK2,PMM12,IPMVK2,NSD,ISI ;  
'REAL' DEPI,X,CO,SI,COI,SII,COI1,SII1,COI1J,SII1J,SIIJ,C1,C2,VIHJ1,  
  COEF,MEM,COIJ,VIHJ2,V2HJ1,V2HJ2,VRR,VRI,WW1,WW2 ;
```

```
NSD := N/'D ;  
PM2 := 2**M ;  
PMM12 := PM2/'2 ;  
Q := NSD/'PM2 ;  
DEPI := 6.283185 ;  
COEF := 'IF' SIGNE < 0.0  
  'THEN' 1.0/N  
  'ELSE' 1.0 ;
```

```
'BEGIN'  
  'ARRAY' T(/1:2,0:PMM12-1/) ;
```

'COMMENT' INITIALISATION DE T ;

```
T(/1,0/) := COI1 := 1.0 ;  
T(/2,0/) := SII1 := 0.0 ;  
X := DEPI/PM2*SIGNE ;  
CO := COS(X) ;  
SI := SIN(X) ;  
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' PMM12 - 1 'DO'  
'BEGIN'  
  T(/2,I/) := SII := SII1*CO + COI1*SI ;  
  T(/1,I/) := COI := COI1*CO - SII1*SI ;  
  SII1 := SII  
'END' I ;
```

Tronc commun
à la procédure CTGSYM

'COMMENT' REORDONNANCEMENT NOUVELLE FORMULE DE PRE ET PIM ;

```
ISI := PM2 - 1 - 2**((M+1)/'2) ;
'IF' D = 1
'THEN' 'GOTO' REOR ;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' NSD - 1 'DO'
'BEGIN'
  WW1 := WW2 := 0.0 ;
  'FOR' J := 0 'STEP' NSD 'UNTIL' N - NSD 'DO'
  'BEGIN'
    WW1 := WW1 + PRE(/I+J/) ;
    WW2 := WW2 + PIM(/I+J/)
  'END' J ;
  PRE(/I/) := WW1 ;
  PIM(/I/) := WW2
'END' I ;
REOR : 'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' ISI 'DO'
'BEGIN'
  P := LM(1) ;
  'IF' P > 1
  'THEN' 'BEGIN'
    'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' Q - 1 'DO'
    'BEGIN'
      J1 := I*Q + J ;
      J2 := P*Q + J ;
      MEM := PRE(/J1/) ;
      PRE(/J1/) := PRE(/J2/) ;
      PRE(/J2/) := MEM ;
      MEM := PIM(/J1/) ;
      PIM(/J1/) := PIM(/J2/) ;
      PIM(/J2/) := MEM
    'END' J
  'END'
'END' I ;
```

Tronc Commun

à la procédure CTGSYM

(Suite)

'COMMENT' ALGORITHME ;

```
PK2 := 1 ;
PMMK2 := PM2 ;
'FOR' K := 1 'STEP' 1 'UNTIL' M 'DO'
'BEGIN'
  PKM12 := PK2 ;
  PK2 := PK2*2 ;
  PMMK2 := PMMK2/'2 ;
  IPMMK2 := 0 ;
  'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' PKM12 - 1 'DO'
  'BEGIN'
    C1 := T(/1, IPMMK2/) ;
    C2 := T(/2, IPMMK2/) ;
    JPK2 := 0 ;
    'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' PMMK2 - 1 'DO'
    'BEGIN'
      J1Q := (JPK2+1)*Q ;
      J2Q := J1Q + PKM12*Q ;
      'FOR' H := 0 'STEP' 1 'UNTIL' Q - 1 'DO'
      'BEGIN'
        V1HJ1 := PRE(/J1Q + H/) ;
        V1HJ2 := PRE(/J2Q + H/) ;
        V2HJ1 := PIM(/J1Q + H/) ;
        V2HJ2 := PIM(/J2Q + H/) ;
        VRR := C1*V1HJ2 - C2*V2HJ2 ;
        VRI := C2*V1HJ2 + C1*V2HJ2 ;
        PRE(/J1Q + H/) := V1HJ1 + VRR ;
        PRE(/J2Q + H/) := V1HJ1 - VRR ;
        PIM(/J1Q + H/) := V2HJ1 + VRI ;
        PIM(/J2Q + H/) := V2HJ1 - VRI
      'END' H ;
      JPK2 := JPK2 + PK2
    'END' J ;
    IPMMK2 := IPMMK2 + PMMK2
  'END' I
'END' K ;
```

Tronc commun

à la procédure CTGSYM

(fin)

```

X := DEPI/NSD*SIGNE ;
CO := COS(X) ;
SI := SIN(X) ;
CO1I := 1.0 ;
SI1I := 0.0 ;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' PM2 - 1 'DO'
'BEGIN'
  COI := CO1I ;
  SII := SI1I ;
  CO1IJ := 1.0 ;
  SI1IJ := WW1 := WW2 := 0.0 ;
  JPM2 := 0 ;
  'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' Q - 1 'DO'
  'BEGIN'
    COIJ := CO1IJ ;
    SIIJ := SI1IJ ;
    VRR := PRE(/I*Q + J/) ;
    VRI := PIM(/I*Q + J/) ;
    WW1 := WW1 + COIJ*VRR - SIIJ*VRI ;
    WW2 := WW2 + SIIJ*VRR + COIJ*VRI ;
    CO1IJ := COIJ*COI - SIIJ*SII ;
    SI1IJ := COIJ*SII + SIIJ*COI ;
    JPM2 := JPM2 + PM2
  'END' J ;
  CO1I := COI*CO - SII*SI ;
  SI1I := COI*SI + SII*CO ;
  PRE(/I/) := WW1*COEF ;
  PIM(/I/) := WW2*COEF
'END' I
'END'
'END' CTG ;

```

```
'PROCEDURE' CTGSYM(PRE, PIM, N, M, D, SIGNE) ;
'VALUE' N, M ;
'INTEGER' N, M, D ;
'REAL' SIGNE ;
'ARRAY' PRE, PIM ;
```

```
'BEGIN'
```

```
Procedure LM commune a la procedure CTG .
```

```
'INTEGER' I, J, K, L, H, P, Q, S, J1, J2, PK2, PM2, J1Q, J2Q, JPK2, JPM2, PKM12,
PMMK2, PMM12, IPMMK2, NSD, ISI, IQ ;
```

```
'REAL' DEPI, X, CO, SI, COI, SII, COI1, SII1, COI1J, SII1J, SIIJ, C1, C2, V1HJ1,
Y, COY, SIY, COIP, SIIP, COEF, MEM, COIJ, V1HJ2, V2HJ1, V2HJ2, VRR, VRI,
WW1, WW2, COIJP, SIIJP, COI1JP, SII1JP, WW3, WW4 ;
```

```
Tronc commun a la procedure CTG .
```

```
X := DEPI/NSD*SIGNE ;
CO := COS(X) ;
SI := SIN(X) ;
COI1 := 1.0 ;
SII1 := 0.0 ;
Y := - DEPI/Q*SIGNE ;
COY := COS(Y) ;
SIY := SIN(Y) ;
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' PM2 = 1 'DO'
'BEGIN'
COI := COI1 ;
SII := SII1 ;
COIP := COI*COY - SII*SIY ;
SIIP := COI*SIY + SII*COY ;
COI1J := COI1JP := 1.0 ;
SII1J := SII1JP := WW1 := WW2 := WW3 := WW4 := 0.0 ;
JPM2 := 0 ;
IQ := I*Q ;
'FOR' J := 0 'STEP' 1 'UNTIL' Q - 1 'DO'
'BEGIN'
COIJ := COI1J ;
SIIJ := SII1J ;
COIJP := COI1JP ;
SIIJP := SII1JP ;
VRR := PRE(/IQ + J/) ;
VRI := PIM(/IQ + J/) ;
WW3 := WW1 + COIJ*VRR - SIIJ*VRI ;
WW2 := WW2 + SIIJ*VRR + COIJ*VRI ;
```

```

WW3 := WW3 + COIJP*VRR - SIIJP*VRI ;
WW4 := WW4 + SIIJP*VRR + COIJP*VRI ;
COIJ := COIJ*COI - SIIJ*SII ;
SIIJ := COIJ*SII + SIIJ*COI ;
COIJP := COIJP*COIP - SIIJP*SIIIP ;
SIIJJP := COIJP*SIIIP + SIIJP*COIIP ;
JPM2 := JPM2 + PM2
'END' J ;
COI := COI*CO - SII*SI ;
SII := COI*SI + SII*CO ;
PRE(/I/) := WW1*COEF ;
PIM(/I/) := WW2*COEF ;
PRE(/I - PM2/) := WW3*COEF ;
PIM(/I - PM2/) := WW4*COEF
'END' I
'END'
'END' CTGSYM ;

```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SCHWARTZ L. Méthodes Mathématiques de la Physique.
Cours HERMANN.
- [2] COOLEY J.W., TUKEY J.W. - An Algorithm for the machine calculation of
complex Fourier Series.
Math. Comput. 19 (Apr. 1965), pp. 297-301.
- [3] PEASE Marshall C. - An adaptation of the Fast Fourier Transform for
Parallel Processing.
Journal of the A.C.M. Vol. 15 n° 2 April 1968
- [4] BLACKMAN R.B., TUKEY J.W. - The measurement of power Spectra.
DOVER N.Y.
- [5] LANCZOS C. Applied Analysis.
Isaac PITMAN. Londres.
- [6] GAUTRAY J.P. Correlative study of E.E.G. quantitative analysis and
urinary pattern during the human menstrual cycle.
6ème Congrès mondial de Gynécologie et d'Obstétrique.
New York 1970, Abstracts n° 482.
- GAUTRAY J.P. Variations d'E.E.G. au cours du cycle menstruel.
A paraître dans la Revue Française de Gynécologie et
d'Obstétrique.

VU

Grenoble, le...

Le Président de la Thèse

VU

Grenoble, le

Le Doyen de la Faculté des Sciences

Vu, et permis d'imprimer

Le Recteur de l'Académie de GRENOBLE